目录

[1. 绪论 3](#_Toc476752629)

[1.1. 研究背景 3](#_Toc476752630)

[1.2. 论文工作 4](#_Toc476752631)

[1.3. 论文组织 4](#_Toc476752632)

[2. 图计算相关工作 4](#_Toc476752633)

[2.1. 问题定义 4](#_Toc476752634)

[2.2. 关键技术 6](#_Toc476752635)

[2.2.1. 图的划分 7](#_Toc476752636)

[2.2.2. 编程模型 7](#_Toc476752637)

[2.2.3. 计算泛型 7](#_Toc476752638)

[2.3. 常见系统 7](#_Toc476752639)

[2.4. 存在问题 7](#_Toc476752640)

[2.5. 本章小结 7](#_Toc476752641)

[3. 基于状态更新的流式图计算模型 7](#_Toc476752642)

[3.1. 图算法特征分析 7](#_Toc476752643)

[3.2. 模型定义 10](#_Toc476752644)

[3.3. 状态存储和更新 12](#_Toc476752645)

[3.4. 模型应用举例 15](#_Toc476752646)

[3.5. 本章小结 19](#_Toc476752647)

[4. GraphFlow系统的设计与实现 19](#_Toc476752648)

[4.1. 系统架构 19](#_Toc476752649)

[4.2. 模型实现 19](#_Toc476752650)

[4.3. 算法实现 19](#_Toc476752651)

[4.4. 本章小结 19](#_Toc476752652)

[5. 实验与分析 19](#_Toc476752653)

[5.1. 实验环境 19](#_Toc476752654)

[5.2. 实验结果 19](#_Toc476752655)

[5.3. 本章小结 19](#_Toc476752656)

[6. 结束语 19](#_Toc476752657)

[6.1. 工作总结 19](#_Toc476752658)

[6.2. 下一步工作 19](#_Toc476752659)

[参考文献 19](#_Toc476752660)

[发表文章目录 19](#_Toc476752661)

[作者简历 20](#_Toc476752662)

[7. 致谢 20](#_Toc476752663)

# 绪论

## 研究背景

图是计算机科学中常用的一类数据结构，它很好的表达了数据之间的关联性。现实世界中有很多数据都可以抽象成图数据，例如Web网页之间的链接、社交人物之间的互动以及买卖双方的交易都可以抽象成彼此关联而形成的图。而随着互联网的快速发展，图数据的总量也在急剧增加。如截至2016年第四季度Facebook包含了18.6亿个活跃用户，每个用户平均好友155个；web链接图顶点数达到Ｔ级，边的个数达到Ｐ级[1]。

因为图数据能够很好的表达数据之间的关联性和聚集情况，因此针对图数据表达的关联关系可以挖掘出很多有用信息。比如，通过为购物者之间的关系建模，就能很快找到口味相似的用户，并为之推荐商品；在社交网络中，通过传播关系发现意见领袖。图算法及相关的处理框架已经广泛运用在社交分析、商品推荐、舆论监测、欺诈检测等各个领域。

处理这些海量动态的图数据也对现有的图计算模型提出了挑战。一方面，这种超大规模的图数据很难一次性的全部导入内存中进行处理，即使能够借助外存一批一批的处理图数据，也使得计算延迟显著增加；另一方面，这些数据又是动态变化，实时更新的，现有的图计算模型要能够在这种动态的数据集上进行增量计算。

现有的成熟的图计算系统如Google Pregel[2], Spark GraphX[3], 这些图计算框架都采用了分布式的集群和BSP（Bulk Synchronized Parallel）[4]消息同步机制来处理图数据。然而这些系统都是在静态的图数据结构上进行的离线批量处理,即每次针对整体的图进行计算，当图动态变化时，需要在变化后的整个图上重新计算一遍。这使得用户等待周期长，无法满足实时计算的要求，也浪费了系统资源。[5]

因此针对图数据不断变化的情况，提出了很多在动态图上直接进行计算的方法。针对这类动态图计算的问题，大致可以分为两类：估计计算和准确计算。对于估计计算，大部分的算法是希望通过采样的方式来降低时间和空间开销，并通过特定的采样方法来减少真实值和实测值之间的差距。 如文献[6][7][8]研究了在流图上如何通过设计采样规则来估计图中三角形数目；文献[9][10][11] 通过将原始的图信息转化为简单的数据结构来保存图中元素，降低了内存消耗。虽然估计算法能够在一定程度上节约了内存和计算开销，但其估计的误差在实际的生产环境中往往变得不可控制，文献[12]指出，针对大体量的无法全部载入内存的图数据，近似算法的错误率在95%-133%之间。对于准确计算，现有的KineoGraph[13]和IncGraph[5]提出采用增量计算的模型进行实时计算，然而这种增量式的更新是串行执行的，实时性有限。SpecGraph[14]虽然在上述两个增量模型的基础上有所改进，提出了基于推测机制的并发更新模型，然而该模型中假设顶点的状态只依赖于顶点当前接收的信息，而与顶点之前的旧状态无关。这种假设使得系统的适用性差，很多算法不仅跟顶点接收消息有关，还跟顶点的旧状态有关，因此模型的表达能力有限。

## 论文工作

针对动态图计算的实时性和准确性要求，本文在上述已有的研究基础之上，提出了**基于状态更新的动态图计算模型**，能够在原有图状态上并发的计算增量信息对状态的影响，而无需在整个图上重新计算，同时通过控制更新影响范围来提高并发性，实现状态的并发更新。本文的工作主要有以下3点：

（1）分析现有的图计算的特点，抽象出在流式场景下图算法的典型特征。从影响范围和计算次数两个维度分析了4个典型的图算法：节点度分布（DD, Degree Distribution），三角形数目（TC, Triangle Count），单源点最短路径（SSSP, Single Source Shortest Path），和PageRank（PR）。

（2）根据这些流式图算法的特点，建立基于状态更新的动态图计算模型，该模型能够允许用户自定义状态，并且采用并发更新的方式来快速计算结果。

（3）在上述建立的基于状态更新的动态图计算模型基础上实现了DD,TC,SSSP和PR等典型的动态图算法，并从正确性和实时性对算法进行评估，结果表明：基于状态更新的动态图计算模型构建的算法能够得到较为正确的计算结果，计算偏差在1%以内；而且算法能够在5ms内返回增量计算的结果，符合实时性要求。

## 论文组织

论文的后续章节，按照如下的方式进行组织：

# 图计算相关工作

## 问题定义

图是计算机中一种常用的数据结构，常常用来表达个体之间的关联性。现实世界中很多情景都可以用图来进行表达。如在社交领域，微博、微信、Facebook等社交平台中每个个体可以抽象成图中的一个点，个体之间的关联可以抽象成边，这样形成了超大规模的关系网络图，针对这样的关系网络，可以进行社交分析，为其推荐好友或者侦测社区；在电商领域，个体对商品的浏览记录和购买记录也可以抽象成图数据，可以根据用户的这些记录为她们推荐商品；在万维网中，网页以及网页之间的相互链接可以形成巨型网页图，根据链接信息来对网页的重要性进行排名；由此可见，图数据的运用是非常广泛的。

图计算相关的问题，可以从数据特性和算法特点两个角度来进行定义和分析。

从数据特性来看，随着信息的传播和互联网的蓬勃发展，这些图数据呈现“海量”和“动态”两个特性。“海量”是指图数据的体量非常庞大，仅以Facebook为例，其在2016年第四季度的月用户活跃量已达18.6亿，平均拥有155个好友；“动态”是指图数据是在不断动态变化的，如Facebook在2010年第四季度的月用户活跃量在6亿左右，6年时间增加到18.6亿，平均增速高达2亿/年。详细数据见图2-1所示。



图 ‑1 Facebook月活跃量统计图

数据来源：<https://www.statista.com>

从算法特点来看，图计算具有“局部性差”和“迭代计算”的特点。图结构很好的表述了实体之间的关联，然而现实生活中这种关联往往呈现Power Law规则，如图2-2所示，满足这种规则的图数据分布极不均匀，只有极少数的节点的度很高，大部分节点的度都非常低。这种极度倾斜的数据给分布式存储和计算带来巨大困难，导致节点之间的通信代价提高。此外，图相关的算法往往不是一次计算就可以获得最终结果，而是需要通过多次迭代计算，达到收敛条件或者最大迭代次数时算法才运行结束。

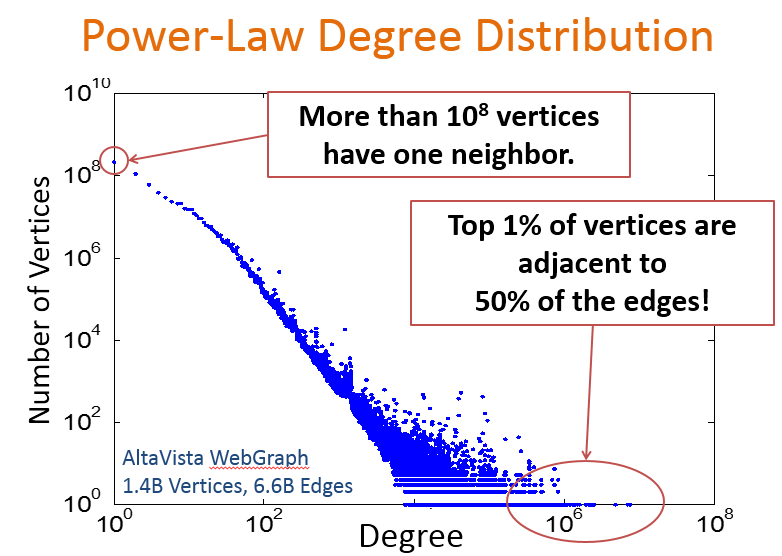


图 ‑2 满足Power-Law规则的图的节点的度分布图

针对图数据的海量和动态特性，以及图算法的局部性差和迭代计算的特点，下面我们列举并分析了现有的图计算的关键技术点。

## 关键技术

图2-2从底层细节、模型、算法、系统和应用五个角度分别阐述图计算的关键技术。在本节中我们重点选取了底层细节和模型两个角度来阐述，而在算法和系统层面，我们会在其他章节讨论。



图 ‑3 图计算技术概览

从底层细节角度来看，分布式环境下的图计算可以分为两步：划分和计算。即通过某种划分规则，将原来超大规模的图数据合理的分配到各个计算节点上，然后各个计算节点在该子图上进行计算。一方面这种划分要保证负载均衡，即希望能够将整个图数据均匀的划分到各个计算节点上；另一方面又希望这种划分能够较好的维持图数据的关联性，即相互关联的节点希望它们能够分配到同一个计算节点上，以减少节点之间的通信。

从模型角度来看，图计算模型可以分解为编程模型和计算泛型：编程模型是面向图计算系统的应用开发者，他们应该按照何种编程模式来编写图的处理逻辑，如常用Vertex-Centric、SG、GSA都是以顶点为中心的编程模型等；而计算模型是指图计算引擎采用同步模式还是异步模式来执行计算。下面，本文将从图的划分、编程模型和计算泛型这三个点来详细阐述图计算中的关键技术。

### 图的划分

对于分布式环境下的图计算，首先要解决的问题是如何将海量的图数据均衡的分配到各个计算节点上。而图数据之间的关联性使得这种划分往往比一般的非图数据变得复杂。其一考虑到节点负载的均衡性，希望能够将图数据平均分配到每个计算节点；其二考虑到图计算中邻接点的相互通信，又希望相互邻接点能够划分到一起来减少不同计算节点之间的通信代价。如果划分的不好，不仅会使某个计算节点的计算任务加重，还会使节点之间的通信代价显著提升，而图计算往往又是多轮迭代反复计算的，这使得这种不合理的划分所造成的影响会显著放大，因此，图的划分是图计算中至关重要的工作。

现在较为常用的图划分方式有切边法（Edge-Cut）和切点法（Vertex-Cut）。切边法是对边进行切割，然后将这两个顶点分配到不同的计算节点上，如图2-3左图所示，通过两条切线将原图分割成3个子图，这3个子图位于3个不同的计算节点上，图中顶点上的编号即为该顶点所在的计算节点编号。切点法是对顶点进行切割，然后将被切割的顶点的多个备份分配到不同的计算节点上，如图2-3右图所示，通过将中心节点切割，将该节点的3个副本分别分配到3台不同的计算节点上。由此可见，切边法使得图的边被切割，图的顶点只可能存在集群中的一个计算节点上；而切点法使得图的顶点被切割，但图的边只可能存在集群中的一个计算节点上。

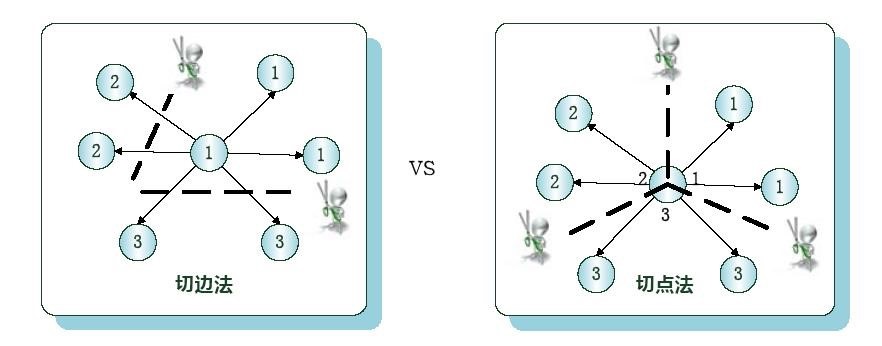


图 ‑4 切边法和切点法

### 编程模型

图的编程模型是指图计算框架或系统指导用户按照何种编程规范来编写图计算逻辑，是面向应用开发者的。依据对图的处理视角的不同，可以将图的编程模型划分为通用（General-Purpose）、顶点为中心（Vertex-Centric）和 图为中心（Graph-Centric）的编程模型[]。考虑到最为常用的是以顶点为中心的编程模型，下面我们将重点介绍Vertex-Centric及其扩展Gather-Apply-Scatter。

顶点为中心的编程模型是以顶点为计算单位，采用用户自定义顶点的更新函数Function(Vertex)来改变顶点的状态，并且根据一定条件有选择性的将这种变化传播给其他顶点。顶点为中心的计算模型具有很强的表达能力，很多图算法都可以用该模型来进行表示，也是图计算中最为常用的一种编程模型。

Gather-Apply-Scatter编程模型可以看成是Vertex-Centric编程模型的细粒度的改造。他将原来的顶点更新函数Function(Vertex)分解为三个阶段：信息收集阶段（Gather），信息处理阶段（Apply）和信息分发阶段（Scatter）。在Gather阶段，节点收集其他节点（一般是邻接点或者副本节点）发送过来的信息，在Apply阶段，节点根据Gather阶段收集的信息和节点原来的状态对节点的当前状态进行更新，在Scatter阶段，节点会根据Apply阶段的更新情况，决定更新信息传播给哪些节点。这种细粒度的划分，使得系统能够更大程度的提高不同算子的并发度。在后文的PowerGraph系统中，我们会详细阐述该模型是如何工作的。

### 计算泛型

图的计算泛型是指图的底层执行引擎以何种执行方式来完成图计算。一般可以为同步计算和异步计算。我们知道图计算往往需要经过多轮的迭代计算，如果在本轮的迭代过程中，节点的变化能够立即被其他节点看到并使用，则称这种计算模式为异步执行模型，相反如果所有节点的变化只有在下一轮的迭代过程中才能被其他节点看见和使用，则称这种计算模式为同步执行模型。

## 常见图计算模型和系统

现在有诸如Pregel，Spark GraphX，GraphLab等很多成熟的图计算框架和系统，本文按照图数据的特性，将这些系统分为批处理图计算系统和流处理图计算系统，即批处理图计算系统处理的图数据是静态的，而且只有等到全部的图数据处理完毕之后才能反馈计算结果，适合离线图计算情景；而流处理图计算系统处理的图数据是动态的，针对动态变化的图数据，能够及时反馈中间计算结果，适合在线图计算情景。

### 批处理图计算

图计算一般需要多次迭代，计算过程依赖于顶点之间的通信，而传统的MapReduce模型更倾向于处理彼此独立的任务，因此其开源实现的Hadoop为代表的传统面向数据并行（Data-Parallel）的计算模型难以对图计算提供高效的支持。[17]

为了解决海量图计算问题，Google公司提出了基于BSP(Bulk Synchronous Parallel)思想的大规模分布式图计算平台Pregel。[18]专门解决网页链接分析、社交数据挖掘等图计算问题。Pregel使用了以顶点为中心的计算模型,将整个计算过程分解成由若干个顺序运行的超步（superstep），在每个超步中，活跃的节点(active vertex)将将接收上个超步中其他节点发送过来的消息，并执行用户自定义的计算函数，改变自己的状态，同时将更新的状态再发送给其他节点，这些消息会在下个超步中被其他节点接收并处理，然后该点进入不活跃状态（inactive vertex）。不活跃的点在下个超步中接收到其他节点的消息会变得活跃，反之如果没有接收其他节点的消息，将继续保持不活跃的状态，也不会向其他节点发送消息。超步内各个节点可以并行处理，而超步之间会对消息进行同步，通过这样以超步为单位的方式迭代运行，直至所有节点都变得不活跃或没有新的消息产生。用户只需要自己定义超步内节点的计算逻辑，即可实现计算功能。继Pregel之后，一大批以BSP为模型的分布式图计算系统涌现，如Spark GraphX，Flink Gelly，Giraph，Hama等，他们都是借助于同步计算模型和Vertex-Centric编程模型，实现了SSSP和PR等图算法。



图 2‑5 BSP模型迭代计算过程

鉴于现有的BSP模型存在通信开销大，短板效应（每轮迭代过程中，计算最慢的节点将拖慢整体计算速度）等问题，卡内基梅隆大学研发出基于异步计算模型的GraphLab系统。GraphLab采用分布式共享内存进行顶点通信，以最小化集群计算节点之间的通信量和计算节点上的计算和存储均衡为原则，对图模型表示的数据进行切分[]，对Vertex-Centric编程模型进行扩展，将计算过程抽象为Gather/Apply/Scatter三个阶段，这样细粒度的划分能够增加计算的并发性。

考虑到现实世界中的自然图一般符合Power Low规则，而这种图的分布极度不均匀，针对这类图数据，卡内基梅隆大学又在GraphLab系统的基础上开发了PowerGraph系统。该系统采用启发式的切点法来划分图数据，同时采用细粒度的GAS编程模型向外提供接口，需要注意的是由于PowerGraph采用的是点切割，所以一个节点可能在多台机器上都有副本。PowerGraph会指定其中一台机器上的节点为主节点，其他机器上的节点为镜像节点，在Gather阶段，各个镜像节点将自身累积的信息发送给主节点，主节点Apply阶段更新其值之后，将最新的信息通知给其他镜像节点。在接下来的Scatter阶段，各个镜像节点可以并发执行，去更改邻接点或邻接边的值。其各个阶段的执行过程如下：

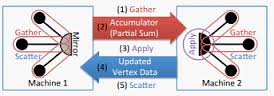


图 ‑6 PowerGraph GAS执行过程图

除了上述同步和异步计算模型的分布式并行图计算系统能够处理静态图数据外，GrapLab实验室推出的单机版的GraphChi也能够处理大规模的图数据。GraphChi采用了并行滑动窗口（Parallel Sliding Windows,PSW）机制，将原来的大图划分成若干个子图，每次加载子图数据到内存进行计算，依次加载各个子图即可完成一轮迭代，这样经过若干轮迭代，即可完成整个图计算的任务。虽然实验表明GraphChi的数据处理能力并不比采用分布式并行计算的系统要差，但本文仅限于讨论分布式情景下的图计算问题，因此不做过多介绍。

### 流处理图计算

如2.3.1节所述，针对批处理的图系统有很多，而且发展较为成熟，然而这些系统都是在静态的图数据上进行的离线批量处理,即每次针对整体的图进行计算，当图数据变化时，需要在变化后的整个图上重新计算一遍。这使得用户等待周期长，无法满足实时计算的要求，也浪费了系统资源。因此针对图数据不断变化的情况，现有研究也提出了很多在动态图上直接进行计算的方法。但考虑到图数据和图算法的复杂性，流处理图计算系统相比批处理的图系统起步较晚，发展较慢，大多数的研究只针对具体的一个算法或一类算法。因此本节首先分析了流图处理模型和计算模型，最后介绍了支持增量计算的分布式准实时流式图计算系统KineoGraph。

#### 流图处理模型

所谓流式图数据是指图的数据（包括图的顶点、图的边、图顶点的值和图边的权重）不再是静态的存储在文件或数据库中，而是以流的形式源源不断的添加到系统中。因此系统中的图是随着时间而动态变化的。依据流中数据的表达形式，现主要有两种典型的模型[7]：

* Cash Register Model:流中的每一项仅仅是数据集中一项，比如在distinct elements count 中，每一项就是一个数。数据集中的每一项以任意顺序形成数据流。
* Turnstile Model:在该模型中，我们有一个初始化为空的集合D，流中的数据由两项组成，一项是数据集的某一项，另一项是一个标志位，可以对集合D进行动态改变。如图2-7所示，在一个管道中，图的每条边按照一定顺序流入系统中，其中+表示增加一条边，-表示删除一条边，对应这些边的变化，图的结构和状态也在不断变化。在本文中，本文考虑的是边的Turnstile Model，即图数据流是按照边的添加和删除来进行组织的。



图 ‑7 Turnstile Model

#### 流图计算模型

针对这类动态图计算的问题，根据计算的准确性，计算模型大致可以分为两类：估计计算和准确计算。

**（1）估计计算**

估计计算是希望通过采样或者设计精简的数据结构的方式，不存或者存储少量的数据来降低时间和空间开销，根据模型是否存储流中的数据，估算模型主要有以下两种方法：

* 采样(sampling) : 该模型完全不存储流中的数据，在流经过时，对流数据进行采样和计算。该模型的内存消耗主要在采样线程上，要采n个样本，就要起n个线程对流进行采样，即每个线程只能采一个样。依赖该模型的算法的最终计算结果，取决于图结构和采样结果。例如，采用该模型的典型算法为triangle count[5]，定义了两类图流arbitrary stream和incidence stream，并分别提出了1-pass和3-pass采样算法。
* 概要(summarization) : 该模型通过将图结构转化为简单的数据结构，保存图中元素，使得消耗内存量远远小于原图。同时，结构随数据流进行更新。概要的生成方式主要有以下三种：
* 生成树(spanner) [8, 9]:该方法仅保留边的一个集合(set)，即将图结构转化为集合(set)，可以用于判断图的连通性(connectivity)和图中任意两点的距离。
* 稀疏图(sparsifier) [10, 11]:该方法仅保留边的一个权重矩阵，即将图结构转化为矩阵，可以用于估计图中每个连通分量(connected components)的权重。
* 草图(sketch) : 该方法又分为线性草图(linear sketch)[12, 13]和同构草图(homomorphic sketch)[14]，，线性草图仅保留点的一个向量和边的一个向量，即将图结构转化向量，因为丢失了图结构，线性草图支持的查询有限，如边权重和点的入度等；同构草图保留多个顶点矩阵，即将图结构转化为多个矩阵，保留了图结构，可以支持的查询有顶点查询，边查询，路径查询和子图查询等。

**（2）准确计算**

虽然估计算法能够在一定程度上节约了内存和计算开销，但其估计的误差在实际的生产环境中往往变得不可控制，文献[12]指出，针对大体量的无法全部载入内存的图数据，近似算法的错误率在95%-133%之间。因此现有的研究工作提出采用增量计算的方式来得到更加准确的计算结果。

需要注意的是增量计算并不是专门针对流式图计算而设计的，学术界很早就开始对大数据领域中增量计算进行了研究。如Google Percolator系统在2010年6月就上线，它以增量的形式对系统中的索引进行快速更新，这使得更新周期比原先重建索引的方式快了100倍左右。

（a）原始BSP模型 （b）增量计算模型

图 ‑8 原始计算模型与增量计算模型对比图

如图2-8所示，诸如Pregel这样的非增量计算模型，在T1时刻，根据当前的图数据计算得到结果R1,在T2时刻，图新增一条边之后，将新增的边和原始的图数据合并构成大图数据，然后在该大图数据上重新进行计算。而如果采用增量计算模型，它在面对增量数据时，是以增量的方式在原有的计算结果R1上进行更新，计算增量数据带来的影响。这样极大程度的复用了T1时刻的计算结果。实时性强，计算效率更高。

#### KineoGraph系统

KineoGraph是一个支持增量计算的分布式准实时的流式图计算系统。它采用Vertex-Centric编程模型，以增量的方式串行执行更新操作。KineoGraph的系统架构图如图2-8所示：

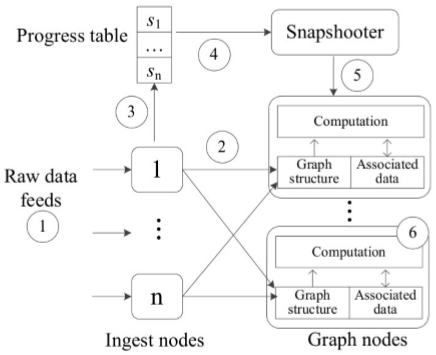


图 ‑9 KineoGraph系统架构图

各个组件的功能如下：

1. 接收节点（Ingest Nodes）：作为系统的入口，接收一系列的原始数据，并为它们创建带有唯一序列号的事务，分发给图节点；
2. 图节点（Graph Nodes）：存储图节点的信息和新增的图数据，并且完成分发过来的事务的计算，并向全局进度表汇报当前图的更新进度；
3. 全局进度表（Progress Table）:存储各个图节点的更新进度，并且向快照器提供各个图节点的更新状态；
4. 快照器（Snap Shooter）:周期性的对图节点中的进度进行数据快照操作，以增量的形式将内存里的数据输出到磁盘进行存储。

由于KineoGraph等计算模型都是基于增量消息进行计算，模型表达能力有限，而且更新都是串行执行,实时性有限．[5]北京大学推出了基于并发更新的分布式实时图计算模型SpecGraph,它假设顶点状态只依赖于接收到的邻居信息，而与原来的状态无关，在该假设基础上提出了解耦合的计算模型，并通过异步执行引擎和基于推测执行的并发更新机制，进一步的提高了系统的并发度。

### 常见图系统总结

现有常见的图计算系统如表格2-1所示，通过分析该表，我们可以得出以下结论：（1）针对批处理的图系统，除了GraphLab这类专门处理符合Power Low规则的专用系统外，大部分系统都是采用了节点随机哈希（本质上是切边法）的划分原则，Vertex-Centric的编程模型和BSP计算模型，而PowerGraph采用了启发式的切点法来划分数据，细粒度的GAS编程模型和异步执行引擎，性能表现更加出色；（2）针对流处理图计算系统，一般也是采用Vertex-Centric编程模型，但在计算模型上，一般都采用了增量的方式来对图数据进行更新和计算；（3）相比较批图计算，流图计算起步较慢，更多的研究都是以算法为中心，针对某个算法来进行优化，至于像Pregel这种商业界和学术界都认可的批处理图计算系统建设少之又少，因此存在很大的发展空间和研究价值。

表格 ‑1 常见图计算系统

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 系统类型 | 系统 | 数据划分 | 编程模型 | 计算模型 |
| 批处理图计算系统  适合离线计算 | Spark GraphX | 节点随机哈希 | Vertex-Centric | BSP |
| Flink Gelly | 节点随机哈希 | Vertex-Centric | BSP |
| Pregel | 节点随机哈希 | Vertex-Centric | BSP |
| GraphLab | 节点随机哈希 | GAS | 异步执行 |
| PowerGraph | 节点随机哈希  Edge-Cut  Vertex-Cut  启发式v-cut | GAS | 混合 |
| Giraph | 节点随机哈希 | Vertex-Centric | BSP |
| 流处理图计算系统  支持增量计算 | KineoGraph | 节点随机哈希 | Vertex-Centric | 增量计算 |
| SpecGraph | 未明确表示 | Vertex-Centric | 增量计算 |

## 存在问题

通过对现有图计算的关键技术分析和常见图计算系统的调研，我们发现现在图计算领域还存在以下问题：

（1）从**发展前景**来看，现有的图数据是“海量”而且“动态”的。批式图计算模型和系统能够有效解决“海量”图数据问题，但针对“动态”图数据，存在效率低下、资源浪费、迭代周期长和无法实时计算等问题，而流式图计算能够以增量的形式对原始数据进行更新，并且实时反馈计算结果，因此流式图计算将逐步成为处理海量动态图数据的重要手段。

（2）从**系统建设**来看，批式图计算的研究和系统建设已经非常成熟，像Pregel和PowerGraph这类离线图计算系统已经广泛得到大家的认可；而针对流式图计算的系统建设还存在很多不足，不仅现有的成型产品少，而且认可度也不高，因此流式图计算系统还存在很大的发展空间。

（3）从**研究深度**来看，现有的流式图计算大多集中在算法层面上，希望能够针对某个具体的算法（如文献[][][]针对Triangle Count），通过采样或者概要的方式来进行计算。这样针对某个具体算法进行优化的方式无法有效的推广开来，缺乏对整体的图计算算法的特征归纳总结，也就无法建立更为通用的计算模型和编程模型。而且现有的流式图计算系统也存在各种缺陷，诸如KineoGraph虽然提出了增量计算模型，但其采用串行更新的方式，实时性有限；而SpecGraph针对此问题进行了改进，但其推出的解耦合计算模型是建立在顶点状态只依赖于接收到的邻居信息，而与原来的状态无关的假设基础上。而这种假设的局限性很大，如SSSP算法中顶点的状态不仅与接收的消息有关，还会与顶点之前的状态有关。因此该模型的表达能力有限。

针对上述问题，本文希望通过分析现有图算法的特点，抽取图算法的典型特征，然后在这些特征的基础上构建面向流式图数据的计算模型，并且利用该模型来实现典型的图算法，以验证模型的正确性。

## 本章小结

本章首先分析了图计算中存在图数据“海量”和“动态”特性，图算法“局部性差”和“迭代计算”特点，然后从图的划分、图的编程模型和图的计算模型这三个角度，阐述了现有的图计算的关键技术，接着按照批图计算和流图计算分类，对现有的常见的图计算系统进行归纳和总结，最后分析了图计算领域中存在的问题和本文的解决思路。

# 基于状态更新的流式图计算模型

在本节中，首先分析了DD、TC、SSSP、PR四个典型的图算法，然后详细阐述了基于状态更新的动态图计算模型的组件以及状态的存储和更新过程，最后列举CC个算法说明如何在该模型上设计动态图算法。

## 流式场景下的图算法特征分析

传统的批处理模式的图算法，在流式场景下已经不再适用。因此为解决流式场景下的图计算问题，首先需要分析典型的图算法在流式场景下所呈现的特点，再根据这些特点来设计通用计算模型。在本章节，我们选取了DD、TC、SSSP、和PR四个算法来进行分析,我们约定，顶点的状态即为特定算法下顶点的值，顶点的更新函数为当有新的图数据流入系统时，顶点的状态该如何进行更新。

### Degree Distribution

DD算法是统计无向图中各个节点的度，是图计算中最基本的算法。如图3-1展示了在流式场景下如何统计节点的度。图中图中的圆圈表示图的顶点，圆圈之间的连线表示图的边，圆圈内部的数字表示当前时刻该顶点的度。

在T1时刻，系统中的各个顶点的度的分布如图3-1(a)所示，在T2时刻，有一条新边（图3-1(b)中虚线所示）流入系统。当这条边进入系统后，这条边对应的源顶点和目标顶点的度分别增加1，而其它顶点的度保持不变。增加该条边后各个顶点的度分布如图3-1(b)所示。

由此可见，增加的这条边只影响了这条边的源顶点和目标顶点。在顶点值更新过程中，是利用原有的顶点状态进行更新（即在原有的顶点的度的基础上进行累加），顶点的更新顺序是无关紧要的，而且更新操作只需执行一次。

1. T1时刻 (b)T2时刻

图 ‑1 无向图中各个节点的度

### Triangle Count

TC算法是用来统计无向图中的不同三角形的数目。该算法在复杂网络分析、链接标签和推荐等多个领域中都是非常基础重要的度量，也是一些诸如复杂网络、聚集系数等图运算中的基本方法。图3-2展示了在流式场景下如何统计三角形的数目，以下简称TC值。图中图中的圆圈表示图的顶点，圆圈之间的连线表示图的边，圆圈内的数字表示该节点所拥有的三角形的数目。

在T1时刻，图中各个顶点的TC值如图3-2(a)所示，在T2时刻，有一条新边（图3-2(b)中虚线所示）流入系统，当这条边进入系统之后，与T1时刻相比，T2时刻有4个顶点（图3-2(b)中标黑的顶点）的TC值发生了变化，这条边的源顶点和目标顶点的所有公共邻接点的TC值增加1，而这条边的源顶点和目标顶点的TC值增加的值等于这两个点的公共邻接点的数目。

由此可见，对于TC算法，增加一条边，不仅影响了这条边的两个顶点，还影响了这两个顶点的所有公共邻接点。在顶点值更新过程中，是利用原有的顶点状态进行更新（即在顶点原有TC值的基础上进行累加），顶点的更新顺序是无关紧要的，而且更新操作只需执行一次。

（a） T1时刻 （b）T2时刻

图 ‑2 流式场景下的Triangle Count算法

### Single Source Shortest Path

SSSP算法是解决有向图中，给定一个源点，求解这个源点到图中其它各个顶点的最短路径问题。最短路径问题是图论算法中的经典问题，也是诸如路径规划、物流规划、GPS导航、社交网络等现实世界中许多应用的基本问题。[16]图3-3展示了在流式场景下如何计算各个顶点到源点的最短路径值，以下简称SP值。图中边上的数字表示这两个节点之间的距离，顶点内的数字表示当前时刻源点到该节点的最短距离，数字为0的顶点为源点。

在T1时刻，图中各个顶点的SP值如图3-3(a)所示。在T2时刻，有一条新边（图3-3(b)中虚线所示）流入系统，当这条边进入系统之后，与T1时刻相比，T2时刻有4个顶点（图3-3(b)中标黑的顶点）的SP值发生了变化,新增加的这条边没有改变源点的SP值，但改变了目标顶点的SP值，接着又改变了目标顶点的后续顶点，而且这种变化是沿着某条路径传播下去的，如图中的0->1->2->7和图中的0->1->5。

由此可见，对于SSSP算法，增加一条边，可能会影响这条边所在的两个顶点，甚至会以这个两个点为中心，将这种影响继续传播给后续顶点。在顶点SP值更新过程中，利用原有的顶点状态进行更新（即在顶点原有SP值的基础上取最小值），顶点的更新顺序是无关紧要的，但更新操作可能会被多次触发，如图3-3(b)中标黑的2顶点可能会受标黑的SP值1顶点影响，也可能会受白色的SP值为3的顶点影响。

1. T1时刻 (b)T2时刻

图 ‑3 流式场景下的SSSP算法

### PageRank

PR算法[17]是基于网页链接来计算各个网页的重要程度算法。假设网页A引用网页B，则A就将一定的分数贡献给了B，而网页之间是相互引用的，因此经过若干次的迭代之后，网页的得分会趋于稳定，该分数（即PageRank值，简称PR值）就是网页的重要程度的体现。图3-4展示了在流式场景下如何计算各个节点的PR值。

在T1时刻，各个节点的PR值如图3-4(b)所示，在T2时刻，有一条新边（图3-4(b)中虚线所示）流入系统，该边进入系统后，这条边的源顶点和目标顶点向其邻接点的贡献分数发生了变化:假设源顶点原来的出度为,原来的PR值为,新增一条边后出度变为+1,那么它对于邻接点的贡献由原来的变化为，进而影响了这两个顶点的所有邻接点的PR值，如图3-4(b)中灰色节点所示，随后这些灰色顶点又将这些影响继续往外传播给黑色顶点，经过若干次的迭代之后各个节点的PR值保持稳定，算法运行结束。

由此可见，对于PageRank算法，增加一条边，这条边会影响这条边所在的连通子图内的所有节点。在顶点PR值更新过程中，是利用原有的顶点状态进行更新(如新增变的源顶点和目标顶点重复利用了原始的PR值)，顶点的更新顺序是无关紧要的，但由于PR算法需要反复迭代进行计算，所以更新操作可能会被多次触发。

1. T1时刻 (b)T2时刻

图 ‑4 流式场景下的PR算法

### 算法特征总结

当新增一条边时，本文从影响范围、计算方法、计算顺序、计算特性和计算次数五个维度来分析这4个算法的特点。（1）影响范围是指新增加的这条边可能会影响到哪些节点；（2）计算方法是指采用何种计算模型来进行计算；（3）计算顺序是指被影响的节点谁先参与计算对最终的计算结果是否相关；（4）计算特性是指被影响的节点的更新函数满足哪些代数运算的性质；（5）计算次数是指这种影响是否会被计算多次，例如在DD算法中，新增加一条边只需要将这条边的源点和目标点对应的度数加1，且这种运算只需要执行一次，而对于PR算法，新增加一条边时，这条边的源点和目标点的输出贡献将会发生变化，因此会首先影响它们的所有邻接点，这些邻接点在下一次的传播中会继续它们的邻接点，经过多次迭代计算之后各个节点的PR值会趋于稳定，在迭代计算的过程中，每个节点可能参与多次计算。

需要注意的是，虽然这四个算法都是考虑新增一条边时的情景，但对于新增顶点和删除边等类似的图数据改变的情况，分析方法也类似，而新增边是最为常见的流式图计算的场景，所以以新增边来进行举例说明。

表格 3‑1 流式场景下的图算法特征分析

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **影响范围** | **计算方法** | **计算顺序** | **计算性质** | **计算次数** |
| **DD** | 影响新增这条边的源点和目标点 | 利用原始状态进行增量式计算 | 最终计算结果和被影响的节点的计算顺序无关 | 更新函数为加法运算 | 被影响的节点只参与计算一次 |
| **TC** | 影响新增这条边的源点和目标点，以及这两个点的公共邻接点 | 利用原始状态进行增量式计算 | 最终计算结果和被影响的节点的计算顺序无关 | 更新函数为加法运算 | 被影响的节点只参与计算一次 |
| **SSSP** | 以这条边的某个节点为起点，沿着某条路径往其他节点传播影响 | 利用原始状态进行增量式计算 | 最终计算结果和被影响的节点的计算顺序无关 | 更新函数为Min运算 | 被影响的节点可能会参与计算多次 |
| **PR** | 影响这条边的源点和目标点所在的整个连通子图内的所有节点 | 利用原始状态进行增量式计算 | 最终计算结果和被影响的节点的计算顺序无关 | 更新函数为累加运算 | 被影响的节点一般会参与计算多次 |

通过分析这四类的典型图算法，我们发现在流式场景下这些算法的一些共性特点：

（1）计算方法满足增量计算特性：在流式场景下，我们对这些算法进行改进的首要前提是这些算法能够充分利用原始的计算结果，在原始计算结果基础上进行增量计算。如DD算法，对于新增的边的源顶点和目标顶点，只是在原来顶点度的基础上各自增加1，而其他节点的度都保持不变，这种增量计算方式充分利用了原始的计算结果，甚至大部分顶点的度的值都不会改变，因此采用增量计算的形式大大减少了流式场景下的顶点更新代价。

（2）计算顺序满足序列一致性：在确定新增的边的影响范围后，这些被影响的顶点的状态（此处状态可以理解为顶点的值，如在TC算法中，顶点的TC值即为该顶点的状态，在模型定义中有详细的解释）该以何种顺序进行更新呢？如果被影响的节点的更新顺序与最终的计算结果无关，我们认为这样的计算满足序列一致性原则。如上文的四个算法都符合序列一致性的计算原则，因此被影响的节点谁先更新不会影响最终计算结果。

（3）计算性质满足代数运算的交换律和结合律：对于DD算法和TC算法，他们的更新函数是在原始的值的基础上加上一个常量，对于加法运算，显然满足交换律和结合律；对于SSSP算法，它的更新函数是求原始值和新值的最小值，即它的更新函数为，而该函数满足:① = ，②,即函数也满足交换律和结合律；对于PR算法，每个顶点的PR值计算公式为：

为当前时刻图的所有顶点的集合，为图的顶点数目，为指向顶点的所有顶点集合，为顶点指向其他顶点的集合，为调整因子，使得系统可以按照一定的概率跳转向图中其他任意节点，是为了防止链接分析中“链接陷阱”现象的出现。对于该更新函数，考虑到公式中和均为常量，因此我们只分析公式中的。设指向顶点的顶点为,则原式可化简为：

对于个元素的求和函数，也是满足交换律和结合律的。因此，这四个算法，在流式场景下的更新函数都满足交换律和结合律。

通过分析流式场景下图算法的典型特点，本文认为当图算法满足（1）计算方法可以采用增量计算形式；（2）计算顺序满足序列一致性原则；（3）计算函数满足代数运算的交换律和结合律 这三个特点时，我们可以实现面向流式图数据的算法。为此，本文首先建立了基于状态更新的流式图计算模型，并且在该模型的基础上实现了这些典型算法，下面将重点阐述该计算模型。

## 模型定义

传统的图计算模型（例如BSP模型）中，图数据是静态的，本文提出的基于状态更新的流式图计算模型，能够很好的解决图不断变化时的计算问题。基于状态更新的流式图计算模型，将图在每个时刻抽象成一个对应的状态（State），将流动的图数据抽象成一系列事件流（Event Stream），事件（Event）触发了图由一个状态转换（Transform）成另一个状态。



图 ‑5 基于状态更新的流式图计算模型

基于状态更新的流式图计算模型有如下几个定义：

### 状态（State）

状态反应了图当前的特征信息，这些特征信息可以以顶点为单位进行体现，也可以由用户自定义的特征信息来体现，状态是由因子（Factor）组成，因子是指组成状态的基本单位，如状态可以以顶点的方式组织，那么这里的因子就是顶点。

需要注意的是，状态反应了用户的关注点，虽然是根据流动的图数据而动态计算生成的，但并不等价于图数据本身，即状态不直接存储原始的图数据，而只存储用户关心的图的某些特征信息。这使得系统无需存储庞大的原始图数据，只需要存储设计精巧的状态信息即可反应图的特征信息。例如当统计图的边数时，State可以设计为一个计数器，该计数器反应了当前时刻流入系统中的图的边数，每次新增或者删除边时，增加或减少这个计数器的值，即可实时反应当前图的边数信息。

本文将状态抽象成一个接口，该接口的基本方法表见表3-2，用户可以扩展该接口来实现更加复杂的状态信息管理。

表格 ‑2 State接口方法表

|  |  |
| --- | --- |
| **方法签名** | **方法作用** |
| State GET-STATE(Factor) | 获取指定因子的状态 |
| SET-STATE(Factor, State) | 设置指定因子的状态 |
| SET-STATE(State) | 设置整个图的状态 |
| Map GET-STATE() | 获取整个图的状态 |

### 事件（Event）

事件触发图由T1时刻的State1转换为T2时刻的State2，事件是由事件值（Event Value）和事件类型(Event Type)组成。如“增加一条边e(v1,v2)”这个事件中，e(v1,v2)是事件的值，“增加”是事件的类型。一般来说，事件的值分为两种：（顶点编号，顶点的值）和（边起点，边终点，边值）；而事件的类型分为三种：新增（ADD），删除（DELETE），更新（UPDATE）。这样可以组合出6种事件：新增边，删除边，更新边；新增顶点，删除顶点，更新顶点。这6种事件基本涵盖了所有的图变化的情形。事件的接口方法表见表3-3.

表格 ‑3 Event接口方法表

|  |  |
| --- | --- |
| **方法签名** | **方法作用** |
| Value GET-VALUE(Event) | 获取指定事件的值 |
| Type GET-TYPE(Event) | 获取指定事件的类型 |

### 转换（Transform）

转换是由事件触发的图的更新过程，即图是如何根据相应的事件来由State1转换成State2。如图3-5所示，在T1时刻图的状态为State1，在T2时刻，图接收了一条边e，这个事件会触发图状态转换函数（Transform），将图的状态转换为State2。转换函数是动态图计算模型中的计算逻辑，详细定义了图如何根据到达的事件，从一个状态转变成另外一个状态，可以称之为状态更新的图计算模型的驱动程序，驱动图从一系列的事件流转换成一系列对应的状态流。

## 状态存储和更新

### 状态类型

基于状态更新的动态图计算模型中，一个核心问题是状态如何存储和更新。状态是从用户的视角来进行设定的。即用户关心什么数据，就可以将该数据设置为图的一个状态，这些状态可以以顶点为单位进行保存：图的状态由各个顶点的状态组成，也可以以边或者其他的方式来组织。相比较传统的顶点编程模型或边编程模型来说，用一个高度可自定义的状态能够直接反应用户关心的结果，使得模型的表达能力更强。

根据上述3.1节中流式场景下的图算法特征分析，在图计算中大致分为两类状态：独立状态和关联状态。所谓独立状态，是指状态内的各个因子之间是独立的，一个因子的状态的变化不会引起其他因子的状态的变化，如DD算法就是属于独立状态范围，每增加一条边，这个事件只会影响增加这条边的两个节点，不会影响到其他的节点；所谓关联状态，是指状态内的各个因子之间相互关联，一个因子的状态的变化会影响到其它因子状态的变化，诸如TC、SSSP、PR算法中增加一条边，不仅会影响增加这条边的两个顶点的状态，还会影响到这两个顶点的公共邻接点，甚至整个连通子图内的所有顶点。

考虑到在计算方法、计算顺序和计算性质上这些算法特征相同，而在影响返回和计算次数上这些算法差异较大，因此可以只考虑这两个维度的变化情况，对图算法的状态进行分类，如图3-6所示，将问题域划分成独立状态和关联状态两种问题。



图 ‑6 状态分类图

### 独立状态的存储和更新

对于独立状态，因为状态内的各个因子之间不会相互影响，因此独立状态可以分布式的存储和并发的更新。即可以按照状态的组织形式，将图的状态分布式的存储在多个计算节点上，而且每个计算节点上的状态都可以同时进行更新，并向用户实时反馈更新结果。这样充分利用了分布式的特点，提高存储和计算效率。独立状态的并发更新过程如图8所示：



图 ‑7 独立状态的存储和更新过程图

图3-7演示了独立状态的并行存储和更新的过程。系统接收到事件流（Event Stream）之后，将事件流按照某种分片规则（即特定的图的划分算法），分发到不同的计算节点上（如图所示的No.1, No.2, No.3这3个计算节点），然后分别在各个计算节点上独立进行状态更新（如图所示对应计算节点No.1,No2,No3的状态从State1转换到了State2），这些计算节点都更新完毕之后，图的状态就由T1时刻State1，更新成了T2时刻的State2，注意到更新过程充分利用了分布式的优势，多个事件可以分配到不同的计算节点上同时进行更新，提高更新效率。

### 关联状态的存储和更新

在关联状态中，一个因子的状态的变化会影响到其它因子状态的变化，因此，多个事件触发的更新可能会影响同一个因子，引起更新冲突问题。解决更新冲突的方法有很多，最为简单的方式是将多个事件的更新串行化，即对两个事件A和B，事件A先触发更新，A更新完毕后事件B再触发更新，在事件A触发更新期间，其他任何事件都不得触发更新，以免引起更新冲突问题。诸如IncGraph[5]就是采用这样的更新模型，这使得即使不会发生更新冲突的两个事件也不能同时更新，无法充分利用多机并行的优势。因此本文提出了两种解决更新冲突的方法：基于分区的并行更新策略和基于细粒度锁的并行更行策略。

基于分区的并行更新策略是将原来的图划分成若干个子图，使得子图内部的节点之间联系比较紧密，子图之间的节点之间几乎没有边相连或者联系较少。这样可以假设子图内节点更新的影响范围只限于子图内部，不会传播到其它子图中节点。因此子图与子图之间的更新可以同时进行，而子图内部的更新则需要串行进行，这样在一定程度上能够提高更新的并行度。如图9所示。



图 9 基于分区的并行更新策略

图9展示了基于分区的并行更新策略，按照连通性将原来的图分成如图9所示的四个连通子图，在每个连通子图的更新是串行的，如在左上角子图中a节点和f节点的更新需串行进行，而连通子图之间的节点的更新是并行的，如a节点、e节点、k节点和f节点的更新可以同时进行。如果分区策略划分的好，可以充分利用分布式的优势，实现多个分区并行更新。

基于分区的并行更新策略需要谨慎的选择子图划分算法，该分区算法要能够很好的将原来的大图切分成若干个子图，保证子图之间节点的联系是松散的，子图内部的节点之间的联系是紧密耦合的。关于动态图划分的问题，现有的研究工作也很多，Ioanna Filippidou和Yannis Kotidis[18]提出了一种基于精简生成树结构的图分割算法，它不仅能对任意的演变图进行图分割，还允许不同的应用按需来调整分区; Stanton和Kliot[19]提出了一种只依赖于图结构的启发式算法，相对于基于散列的分割方法和METIS，分割效果有很大提升。另外，Charalampos E.Tsourakakis[20]等人提出了一个新颖的one-pass流图分割算法，该算法统一了两个看似正交的启发式算法：将新到达的顶点放置在具有最大数量邻居结点的分区中或者具有最小数量的非邻居结点的分区中。相对于METIS，平衡分割时间更短，效果更好。本文的工作重心不是比较这些图划分算法的优劣，而是希望借鉴这些现有的图划分算法来提高系统的并行更新能力。

基于分区的并行更新策略不可避免的会出现多个节点的更新会集中在一个子图上的情况，这种情况会严重影响系统整体的并行度。基于分区的并行更新策略本质上是一个范围锁，锁住一定范围内的所有节点数据。这样粗粒度的锁会大大影响系统的并发性，因此本文又提出了基于细粒度锁的并行更新策略，即每次只需要锁住组成状态的单个因子本身，而不需要锁住范围内的所有节点。

传统的BSP模型是将整个图的迭代计算过程分解为若干个超步，超步内部的节点之间并行计算，超步之间进行同步。这使得在每个超步内，计算最慢的节点拖慢整个超步的计算速度，因此会出现短板效应，而本文的基于细粒度锁的并行更新策略有效弥补了这个不足，因子（这里的因子等价于BSP模型中的节点）与因子之间的更新都是并行的，只有属于一个因子的多个更新请求才会被串行执行，这样真正实现了多个因子的并行更新策略，而且没有显示的同步过程，消除了短板效应。但这需要因子的更新满足无序性，即对于任何一个节点的若干个更新，这些更新的顺序不会影响整个节点的最终状态。大多数算法（如本文中的DD、TC、SSSP等算法）都满足这个条件，因此模型的表达能力不会受到太大影响。

## 模型应用举例

基于状态更新的流式图计算模型从用户的角度出发来定义状态，只保存用户关心的数据，相比较传统的基于顶点的编程模型来说表达能力更强。在此本文选取了连通子图（Connected Components, CC）算法来说明如何在该模型上如何进行算法设计。

如果一个图中，每对顶点都有路径相连，则称其为**连通图**。如果图的子图中任意两个顶点都是可达的，则这个子图称之为图的**连通分支**。连通分支反应了一个大图中子图的聚集情况，可以根据连通分支将原来的大图分解成若干个连通分支，算法独立并行的在连通分支上进行。连通分支在好友推荐、循环引用判断等诸多问题上被广泛使用。

下面将介绍在不断增加边的情况下，如何针对无向图做连通分量的计算。由前文所知，基于状态更新的动态图计算模型有三个概念：State, Event, Transform，下面将详细介绍如何定义这三个基本组件：

（1）State:当前图的所有的连通分支，，其中表示第k个连通分支，, 其中集合表示由这些顶点构成了一个连通分支，是这些顶点中标号最小的点。

（2）Event:图的Event为图中新增了一条边，那么这些Event构成的序列就形成事件流，即，其中，表示新增边 ；

（3）Transform:图在动态变化过程中，State的更新过程见算法1：

|  |
| --- |
| **算法 1 Dynamic Connected Components** |
| 1 ***for*** each  ∈ EventStream  2 ***do* (,)** ← GET-VALUE()  3 ← GET-STATE()  4 ← GET-STATE()  5 ***if*** ≠ ∅ ***and***≠ ∅  6 ***then*** UNION-STATE(,)  7 ***elseif*** ≠ ∅ ***and***= ∅  8 ***then*** UNION-STATE(,)  9 ***elseif*** = ∅ ***and***≠ ∅  10 ***then*** UNION-STATE(,)  11 ***else***  12 s ← (min(**,**),{**,**})  13 ADD-STATE(s) |

在算法1中，表示节点****所在的连通分支，表示节点****所在的连通分支，新增的这条边使得这两个节点所在的连通分支合并，构成一个大的连通分支，算法中用户自定义的UNION-STATE()函数完成两个连通分支的合并。

## 本章小结

本章首先对流式场景下的DD、TC、SSSP和PR算法进行了特征分析，并且总结出满足（1）计算方法可以采用增量计算形式；（2）计算顺序满足序列一致性原则；（3）计算函数满足代数运算的交换律和结合律 这三个特点的图算法，可以改成面向流式图数据的算法；在分析完成后，本文介绍了针对这些算法而建立的通用的基于状态更新的流式图计算模型，并且给出了模型的状态、事件和转换这三个基本组件的定义和使用规则，最后以CC算法举例说明如何利用该模型进行算法设计。

# 流式图算法设计

在第3章节，我们介绍了基于状态更新的流式图计算模型，并且分析了流式场景下图算法的特点，在本章节，我们使用该模型提供的组件，讲解DD、TC、SSSP和PR的流式算法如何进行设计。

## Degree Distribution

DD算法是用来统计无向图中各个节点的度。因此图中各个顶点的度值组成了整体图的状态。我们定义：

1. State: 当前图中各个顶点的度值，即，其中，表示顶点的度为；
2. Event:图的Event为图中新增或删除了一条边，这些Event构成的序列就形成事件流，即，其中；
3. Transform:图的状态在事件流的驱动下的转换函数为：

|  |
| --- |
| **算法 1 Dynamic Connected Components** |
| 1 ***for*** each  ∈ Event Stream  2 ***do* (,)** ← GET-VALUE()  3 ← GET-STATE()  4 ← GET-STATE()  5 |

## Triangle Count

## Single Source Shortest Path

## PageRank

# GraphFlow系统的设计与实现

## 系统架构

## 模型实现

## 算法实现

## 本章小结

# 实验与分析

## 实验环境

## 实验结果

## 本章小结

# 结束语

## 工作总结

## 下一步工作

# 参考文献

# 发表文章目录

# 作者简历

# 致谢